

Højdepunkter 2021

DNRF Chair VIVEK SHENDE

Min bevilling som DNRF chair begyndte i august 2021. I de efterfølgende fire måneder var min forskning centreret omkring tre hovedemner:

1) **Spejlsymmetri og geometrisk Langlands.** Langlands-programmet har sin oprindelse i talteori (det var fx afgørende for løsningen af Fermat-problemet om ligningen $a^n + b^n = c^n$), og dets "geometriske" variant har længe været kendt for at have forskellige forbindelser til flere emner inden for teoretisk fysik, senest ideerne omkring homologiske spejlsymmetri i strengteori. Et centralt spørgsmål inden for geometrisk Langlands er konstruktionen af det, der kaldes "Hecke-eigensheaves". Man ved, hvordan dette gøres i nogle begrænsede tilfælde, men ikke i almindelighed. I preprintet "Microsheaves from Hitchin fibers via Floer theory" (<https://arxiv.org/abs/2108.13571>) forklarer jeg, hvordan min tidligere resultater med Nadler, Ganatra og Pardon kan bruges til at give muligheder til mange nye eigensheaves, og jeg kontrollerer nogle forventede egenskaber ved disse. I igangværende arbejde med Nadler fortsætter jeg med at undersøge beslægtede spørgsmål.

2) **Spejlsymmetri nær stor volumen.** Benjamin Gammage og jeg har for nylig bevist et resultat som etablerer homologisk spejlsymmetri "ved stor volumen", dvs. for visse ret degenererede rum. Det forventes faktisk, at dette resultat udvides til rum "nær stor volumen". En analogi: der findes en bestemt funktion f , for hvilken vi allerede har beregnet dens værdi ved 0, og nu ønsker vi at skrive Taylor-serieudvidelsen omkring 0. Vores næste opgave er, at udvikle de geometriske metoder, der er nødvendige for at gøre dette; nærmere bestemt at vise, at et rum X "nær stort volumen" kan opdeles eksplicit i $X = X_{\text{nl}} \cup X_{\infty}$, hvor X_{nl} er det "store volumen" rum, som vi allerede har studeret, og X_{∞} er det, der kaldes en "simpel normal krydsningsdivision". Dette forventes at være muligt, men er endnu ikke gjort i litteraturen. Det enkleste tilfælde er når X er det, der kaldes en abelsk variation; Gammage og jeg er i gang med at forsøge at skrive en konstruktion ned i denne indstilling. Vi brugte også noget tid i efteråret på at identificere, hvilke vanskeligheder vi ville stå over for i det mere generelle tilfælde.

3) **Grundlag for optælling af åbne kurver af højere genus.** Tidligere har Tobias Ekholm og jeg skrev nogle artikler om optælling af holomorfe kurver af højere genus med Lagrangian grænse i Calabi-Yau 3-foldninger. Den første af disse artikler var matematisk komplet. Den næste krævede noget (eksplicit) konjekturalt grundlægningsarbejde inden for emnet omkring eksistensen af forstyrrelser for den holomorfe kurveligning, der opfylder visse eksplicite konjekturrelle egenskaber. Nu arbejder vi på at konstruere disse perturbationer.

DNRF Chair bevillingen finansierer også to postdocs: Ikshu Neithalath og Daria Poliakova. Daria har arbejdet med visse strukturelle spørgsmål om "A1-kategorier" (de fundamentale strukturer på en side af homologisk spejlsymmetri) og Ikshu har studeret et 4-dimensionelt "skein-modul", som, blandt mange andre anvendelser, kan forventes at spille en rolle i en fremtidig udvikling af mit samarbejde med Tobias Ekholm (Uppsala).